KOMPENSATIONSPRÜFUNG
OKTOBER 2025

Heinz Mayr

Thema: Funktionen

- **Funktionen Interpretieren**
- **Analysis (Ableitungen)**
- **Gleichungssysteme erstellen (Grafik)**
- **Gleichungssysteme erstellen (Text)**

Heinz Mayr

Aufgaben

Allgemein und Interpretieren

Aufgabe 1

Nach einem starken Regen beginnt der Wasserstand dieses Flusses zu steigen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat der Wasserstand die Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für die Funktion h gilt:

$h(t) = \frac{3}{1000} \cdot (t^3 - 40 \cdot t^2 + 370 \cdot t + 700)$ mit $0 \leq t \leq 20$

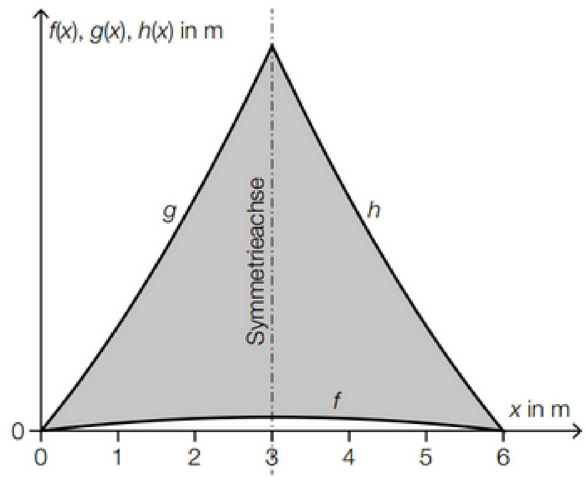
1) Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem der Wasserstand erstmals wieder die Höhe der Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 mit $0 \leq t_0 \leq 20$ gilt:

$h'(t_0) = 0$
$h''(t_0) < 0$
$h(t_0) \approx 5$

2) Interpretieren Sie den Wert 5 im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 2



Eine der Begrenzungslinien kann durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Koeffizient a muss ___①___ sein; der Graph der Funktion h ___②___.

①	
positiv	☐
negativ	☐
gleich null	☐

②	
ist positiv gekrümmt	☐
ist negativ gekrümmt	☐
hat keine Krümmung	☐

Heinz Mayr

Aufgaben

Allgemein und Interpretieren

Aufgabe 3

Für eine andere Autofahrt kann die Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion v_A beschrieben werden.

$v_A(t) = 70 \cdot t^3 - 260 \cdot t^2 + 230 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 1{,}5$

t ... Zeit in h
$v_A(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in km/h

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Autofahrt.
2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

   $v_A'(0) = 230$

Heinz Mayr

Aufgaben

Allgemein und Änderungsraten

Monika kocht Sirup aus Zucker, Wasser und Holunderblüten.

Die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser ist abhängig von der Temperatur des Wassers und kann durch die quadratische Funktion Z_1 modelliert werden.

$Z_1(x) = 0{,}3 \cdot x^2 - 0{,}3 \cdot x + c \quad \text{mit} \quad 20 \leq x \leq 100$

x … Temperatur des Wassers in °C
$Z_1(x)$ … Masse des gelösten Zuckers bei der Temperatur x in g
c ... Parameter

Bei einer Temperatur von 20 °C beträgt die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser 2 000 g.

1) Berechnen Sie den Parameter c.

Monika berechnet:

$\frac{Z_1(30) - Z_1(20)}{Z_1(20)} \approx 0{,}074$

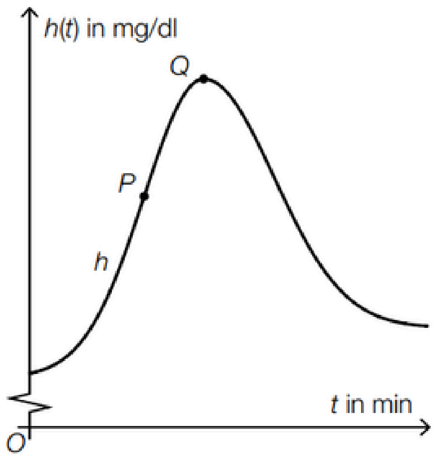
2) Interpretieren Sie die Zahl 0,074 im gegebenen Sachzusammenhang.

Heinz Mayr

Aufgaben

Analysis

Tanja beobachtet ihren Blutzuckerspiegel. Der zeitliche Verlauf des Blutzuckerspiegels nach dem Essen einer Banane kann modellhaft durch die Polynomfunktion 4. Grades h beschrieben werden.



t ... Zeit in min mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn
$h(t)$ ... Blutzuckerspiegel zur Zeit t in mg/dl

Auf dem Graphen der Funktion h sind die zwei Punkte $P = (t_P \mid h(t_P))$ und $Q = (t_Q \mid h(t_Q))$ eingezeichnet.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Im Punkt P gilt: ______①______ und im Punkt Q gilt: ______②______ .

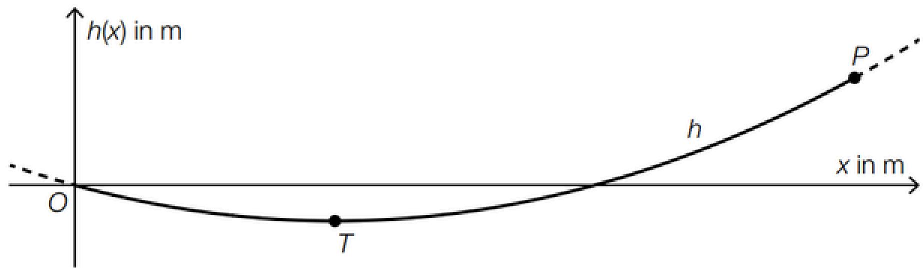
①	
$h'(t_P) > 0$	☐
$h'(t_P) = 0$	☐
$h'(t_P) < 0$	☐

②	
$h''(t_Q) > 0$	☐
$h''(t_Q) = 0$	☐
$h''(t_Q) < 0$	☐

Heinz Mayr

<u>Gleichungssystem (Grafik)</u>

In einem Modell wird der Verlauf der Hängebrücke durch die Funktion h mit
$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ beschrieben (siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Der Graph von h verläuft durch den Punkt $P = (120|6)$. An der Stelle $x = 40$ befindet sich der tiefste Punkt T der Brücke.

Zur Berechnung der Koeffizienten a und b wird mithilfe der Informationen zu den Punkten P und T das nachstehende Gleichungssystem erstellt.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

I: $a \cdot \boxed{}^2 + b \cdot \boxed{} = \boxed{}$

II: $a \cdot \boxed{} + b = \boxed{}$

Heinz Mayr

Gleichungssystem (Text)

Aufgabe 1

Auf einer bestimmten Straße einer Gemeinde werden bei 174 Straßenlaternen neue Lampen eingebaut. Die Gemeinde holt folgenden Kostenvoranschlag ein:
Eine neue Lampe kostet € 7,90 und in jede Straßenlaterne wird genau 1 Lampe eingebaut.
Die Kosten für den Betrieb aller 174 Straßenlaternen betragen € 2,86 pro Stunde.

Die gesamten Kosten für die Beleuchtung dieser Straße sollen in Abhängigkeit von der Betriebsdauer t durch die Funktion K beschrieben werden.

t ... Betriebsdauer in h
$K(t)$ ... Kosten für die Betriebsdauer t in Euro

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion K auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für den Zeitpunkt der Inbetriebnahme der neuen Lampen.

Aufgabe 2

In diesem Park gibt es Wanderwege. Das Höhenprofil eines Wanderwegs wird durch die quadratische Funktion h modelliert.

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe über dem Meeresspiegel bei der Entfernung x in m

Der Startpunkt des Wanderwegs hat eine Höhe über dem Meeresspiegel von 200 m.
An der Stelle $x = 100$ m hat das Höhenprofil eine Steigung von 5 %.
An der Stelle $x = 500$ m hat das Höhenprofil ein Maximum.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.
2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$\frac{h(600) - h(0)}{600 - 0}$$

Heinz Mayr